



UNION ECONOMIQUE ET MONETAIRE OUEST AFRICAINE

**DIPLOME D'ETUDES SUPERIEURES DE COMPTABILITE
ET GESTION FINANCIERE DE L'UEMOA**

(DESCOGEF)

SESSION 2016 - 2017

EPREUVE : MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Durée : 2 heures

Septembre 2017

Problème 1

Première partie

Les clients du cabinet "BETA-CONSULTING" sont des petites et moyennes entreprises appartenant à trois secteurs d'activité :

- le commerce en alimentation, en vêtements, ou en jardinage ;
- l'hôtellerie-restauration ;
- le bâtiment.

Six Cinq assistants comptables se répartissent la saisie des documents :

- trois assistants enregistrent toutes les factures d'achats-ventes ;
- deux assistants traitent les salaires sur un logiciel de paye ;
- un assistant gère plus particulièrement la trésorerie et les autres opérations courantes.

Chaque assistant travaille 130 heures par mois et consacre la moitié de son temps à la saisie des documents. Les durées de saisie mensuelles en minutes, par assistant, pour un client, selon le secteur d'activité et selon le type de saisie, sont les suivants :

	commerçants	hôtels-restaurants	bâtiment
factures	60	45	20
paye	20	60	60
autres opérations	40	30	20

On note :

- D : la matrice des durées de saisie mensuelles, exprimées en heure, par client et par type d'opération :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3/4 & 1/3 \\ 1/3 & 1 & 1 \\ 2/3 & 1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$$

- N : la matrice du nombre de clients de chaque secteur d'activité (où x désigne le nombre mensuel de commerçants clients du cabinet, y le nombre mensuel de clients du cabinet dans l'hôtellerie, et z le nombre mensuel de clients du cabinet dans le bâtiment) :

$$N = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- C : la matrice des coûts de facturation, en FCFA, d'une heure de saisie de chaque type d'opération (où a désigne le coût d'une heure de saisie des factures, b le coût d'une heure

de saisie de la paye, et c le coût d'une heure de saisie des autres opérations) :

$$C = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}.$$

Travail à faire :

- 1) Calculer le produit matriciel $C \times D$ et donner l'interprétation concrète des éléments de cette matrice.
- 2) Calculer le produit matriciel $C \times D \times N$ et en donner l'interprétation concrète.

Deuxième partie

La contribution à la marge totale est évaluée à :

- 40 000 FCFA par mois pour un client commerçant ;
- 50 000 FCFA par mois pour un client du cabinet dans l'hôtellerie ;
- 30 000 FCFA par mois pour un client du cabinet dans le bâtiment.

Travail à faire :

- 1) Écrire sous forme canonique le programme linéaire de variables réelles x, y, z , visant à maximiser la marge totale.
- 2) Résoudre ce programme linéaire par la méthode du simplexe.
 - a. Donner le nombre optimal de clients de chaque secteur d'activité.
Indiquer si le cabinet a intérêt à se spécialiser dans une clientèle particulière.
 - b. Donner le montant maximal de la marge totale.
 - c. À l'optimum, combien reste-t-il d'heures de saisie disponibles ?

Problème 2

L'expert-comptable veille particulièrement à la qualité du travail de ses collaborateurs en vérifiant qu'il n'y a pas d'erreurs.

L'expérience a montré à l'expert-comptable que la probabilité qu'un enregistrement comporte une erreur vaut 0,02. On admet qu'un enregistrement contient au plus une erreur.

- 1) Périodiquement, l'expert-comptable contrôle 1 000 enregistrements. On note Y la variable aléatoire qui associe, à chaque contrôle, le nombre d'enregistrements (parmi les 1 000 contrôlés) contenant une erreur.

Travail à faire :

- a. Déterminer la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire Y . Justifier la réponse et préciser les paramètres de cette loi.
- b. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité de trouver 10 erreurs lors d'un contrôle de 1 000 enregistrements.
- 2) La saisie des factures est répartie uniformément entre les trois assistants comptables Achille, Fanny et Chimène. L'expert-comptable constate que les pourcentages d'enregistrements contenant une erreur commise par les assistants sont différents de l'un à l'autre, et que les erreurs rencontrées portent soit sur les montants, soit sur les numéros de compte. Ces pourcentages sont supposés stables et sont donnés dans le tableau suivant :

Assistant comptable	Pourcentage d'enregistrements	Pourcentage d'erreurs
	contenant une erreur	de montant parmi les erreurs
Achille	1%	20%
Fanny	2%	40%
Chimène	5%	10%

L'expert-comptable s'apprête à vérifier un enregistrement pris au hasard. Les données peuvent être schématisées par un arbre.

Travail à faire :

- a. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que cet enregistrement comporte une erreur de numéro de compte commise par l'assistant Achille.
- b. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que l'enregistrement soit exact.
- c. Si l'expert comptable constate que cet enregistrement comporte une erreur de montant, quelle est, à 10^{-3} près, la probabilité qu'elle soit imputable à Chimène ?
- 3) L'expert-comptable désire comparer les proportions d'erreurs constatées parmi les deux types de saisie suivants : enregistrement des factures et traitement de la paye. Sur un

échantillon de 1 000 factures, le taux d'erreur est de 2%. Sur un échantillon de 500 écritures de paye, le taux d'erreur est de 1%.

Travail à faire :

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Avec une erreur	Sans erreurs	TOTAL
Nombre de factures			
Nombre de feuilles de paye			
TOTAL			

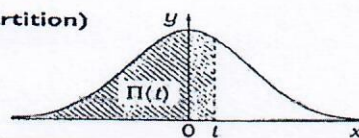
b. Effectuer un test du khi-deux (χ^2), au seuil de risque 5%, permettant de décider s'il y a ou non indépendance entre la nature d'un enregistrement et le fait qu'il soit ou non exact.

Le détail des calculs et les notations utilisées doivent être clairement indiquées. Une conclusion sans ambiguïté doit être rédigée.

ANNEXE

Loi normale centrée réduite (répartition)

Probabilité cumulée $\Pi(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx = P(T \leq t)$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8254	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Cas des grandes valeurs de t

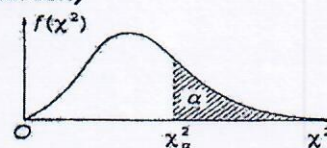
t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour $t \geq 0$. Si t est négatif on prend le complément à l'unité de la valeur lue dans la table, $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$.

Table de distribution de χ^2 (loi de K Pearson)

La table donne la probabilité α , en fonction du nombre de liberté v , pour que χ^2 égale ou dépasse une valeur donnée χ^2_α

$$\alpha = P(\chi^2 \geq \chi^2_\alpha)$$



v	$\alpha = 0,990$	$\alpha = 0,975$	$\alpha = 0,950$	$\alpha = 0,900$	$\alpha = 0,100$	$\alpha = 0,050$	$\alpha = 0,025$	$\alpha = 0,010$
1	0,0316	0,0398	0,0239	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,60	5,99	7,38	9,21
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,1	13,28
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,8	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,0	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,0	18,47
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,5	20,09
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,0	21,67
10	2,56	3,25	3,94	4,86	15,99	18,31	20,5	23,21