UEMOA UNION ECONOMIQUE ET MONETAIRE OUEST AFRICAINE

DIPLOME D'ETUDES SUPERIEURES DE COMPTABILITE ET GESTION FINANCIERE DE L'UEMOA

(DESCOGEF)

SESSION 2022

EPREUVE : MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Durée : 2 heures

- ***La calculatrice et les tables statistiques sont autorisées ;***
- ***Les résultats doivent être donnés avec 3 décimales.***
- ***Une table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite est fournie en annexe***

Exercice 1 : (3 points)

Dans une grande ville, la régie des transports urbains dispose de 1 000 autobus.

Des observations antérieures ont montré que la probabilité qu'un autobus tombe en panne un jour donné est égale à 0,0025.

Soit Y le nombre d'autobus en panne un jour donné.

1. Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire Y. (0 ,5)

2. Donner une loi approximative de Y. (0,5 point)

3. Calculer P (3 < Y < 7). (1 point)

4. Quelle doit être la capacité minimum du service de maintenance des autobus pour que la probabilité que toutes les pannes soient traitées dans la journée, soit au moins égale à 0,998 ? (1 point)

Exercice 2 : (2 points)

Le prix X d'un certain article est supposé distribué selon une loi normale de moyenne 4 500 FCFA et d'écart type 400 FCFA.

1. Calculer P (X ≥ 4 800) et P (3 500 < X < 4 800). (1 point)

2. Calculer la probabilité conditionnelle P (4 100 ≤ X ≤ 4 900 / X ≥ 3 900) (1 point)

Exercice 3 : (8 points)

Lors de la réalisation d'un projet, la durée des taches est supposée fixe. Cependant les durées des tâches sont en fait des estimations qui sont sujettes à l'incertitude. Le PERT peut ainsi prendre en compte l'incertitude, la fluctuation au niveau de la durée d'exécution des tâches.

On définit alors pour chaque tâche :

a = la durée la plus optimiste d'achèvement

b = la durée la plus pessimiste d'achèvement

m = la durée la plus probable d'achèvement

On déduit la durée moyenne estimée de chaque tâche :

Durée moyenne d'une tache	**Variance (V)**	**Ecart type (σ)**
$T = \frac{(a+4m+b)}{6}$	$V = [\frac{b-a}{6}]^2$	$\sigma=[\frac{b-a}{6}]$

Un projet informatique dans une entreprise a été décomposé en cinq tâches avec leurs durées évaluées en jours.

Pour définir les dates (au plus tôt et au plus tard) ainsi que la durée optimale de réalisation du projet, on utilisera les durées moyennes de chaque tâche.

		Durée d'exécution des tâches		
Tâches	Tâches antérieures	Durée la plus optimiste a	Durée la plus probable m	Durée la plus pessimiste b
A	-	5	6	7
B	-	4	5	18
C	A	4	15	20
D	B, C	3	4	5
E	A	5	16	18

Travail à faire :

1) Déterminer la durée moyenne et la variance de chaque tâche. (2 points)
2) Donner le graphe PERT associé à la durée moyenne des tâches. (2 points)
3) a) En utilisant la durée moyenne (d'après la question1), déterminer le chemin critique. (2 points)

   b) Préciser la durée moyenne optimale de réalisation du projet. (1 point)

   c) Calculer l'écart type de la durée du chemin critique (1 point)

Problème : (7 points)

Un transporteur est confronté au problème suivant : il ne peut transporter qu'une tonne et demie de marchandises dans son véhicule, alors qu'une quantité supérieure à une tonne et demie est disponible. Il reçoit les données suivantes de la part du comptable de l'entreprise, regroupant les quantités disponibles de chaque marchandise, ainsi que le bénéfice retiré par leurs ventes respectives.

Marchandises	A	B	C
Quantité disponible (kg)	900	240	550
Bénéfice (en FCFA/kg)	1 500	1 750	1 400

Arrivé dans le hangar pour charger, le chauffeur réalise que les marchandises sont conditionnées en sacs, et qu'il doit charger des sacs complets. Voici les poids des sacs qui constituent le stock :

Marchandises	A	B	C
Poids d'un sac (kg)	60	80	50

Soient x; y et z le nombre de sacs de marchandises respectivement de type A, B et C à transporter.

15 3 11

Travail à faire :

1) Donner la définition de facteur rare. (2 points)

2) Modéliser le problème sous forme mathématique (forme canonique). (2 points)

3) Par un raisonnement économique sur les bénéfices par unité de facteur rare, déterminez le nombre de sacs x de A, y de B et z de C qui maximisent le bénéfice total réalisé par la vente du chargement. (3 points)

Fonction de répartition de la loi normale standard

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-x^2/2}\, dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

z	0.841	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
$\Phi(z)$	0.8000	0.9000	0.9500	0.9750	0.9800	0.9900	0.9950	0.9975	0.9990	0.9995